

| | | |
|----------------------|---------|----------------|
| Dernière mise à jour | TD RdM | Denis DEFAUCHY |
| 05/12/2015 | Torsion | TD5 |

Etude des solides déformables globalement

TD5

Torsion

| Programme - Compétences | | |
|-------------------------|-----------|--|
| B214 | MODELISER | - Loi de déformation élastique linéaire. |
| B222 | MODELISER | Modélisation des actions intérieures à un solide (torseur de cohésion) · Équations d'équilibre global et local ; · Modélisation du champ de contraintes locales ; · Champ des contraintes dans une section droite ; |
| C13 | RESOUDRE | Contraintes · Relations entre contraintes et composantes du torseur de cohésion. |
| C14 | RESOUDRE | · Déplacements des points de la ligne moyenne d'une poutre : - Lois de comportement. |

| | | |
|----------------------|---------|----------------|
| Dernière mise à jour | TD RdM | Denis DEFAUCHY |
| 05/12/2015 | Torsion | TD5 |

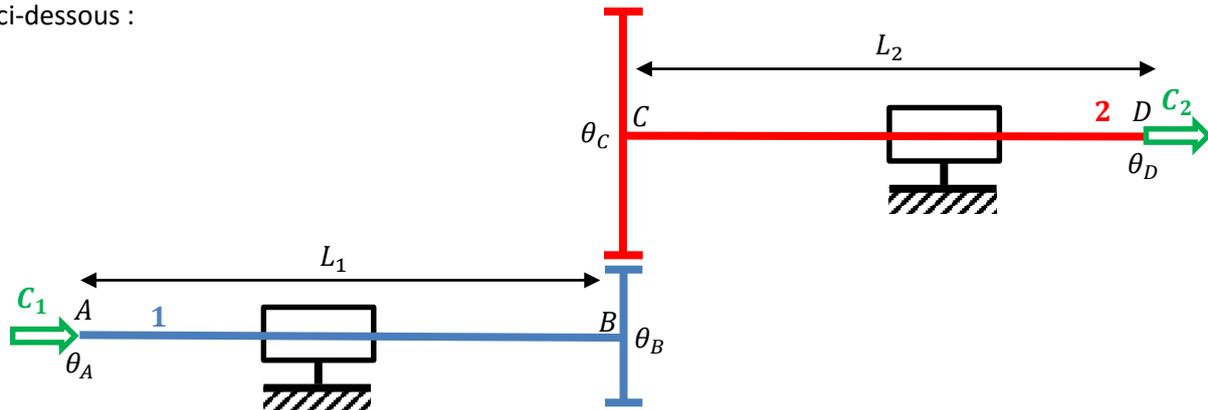
Exercice 1: Déformation en torsion des arbres d'un réducteur

Cette étude porte sur la déformation angulaire obtenue à la sortie d'un réducteur sous charge.

L'utilisation d'un réducteur dont les pièces sont considérées indéformables permet de connaître la position angulaire exacte de la sortie en fonction de la position angulaire en entrée. De même, le rapport des vitesses de rotation est directement relié au rapport de réduction.

Cependant, lors du transit d'un couple dans le réducteur, un décalage de position va apparaître ainsi que des perturbations dans la relation entre la vitesse de rotation en entrée et en sortie.

Nous allons nous intéresser au décalage angulaire entre l'entrée et la sortie du réducteur schématisé ci-dessous :



Soit μ le rapport de réduction du réducteur : $\mu = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$.

Les arbres 1 et 2 sont des arbres pleins de sections circulaires identiques de diamètres d constitués du même matériau (acier) de module d'élasticité transversal $G = 80 \text{ GPa}$.

On négligera la présence des roues dentées dans la géométrie des arbres et on supposera que celles-ci sont indéformables. On supposera l'absence de jeu dans la liaison engrenage.

On considère le couple de sortie C_2 connu.

On fixe la rotation en A à 0 : $\theta_A = 0$

On va donc chercher à estimer θ_D du fait du chargement du réducteur.

Précision : à l'état non chargé, on a :

$$\theta_A = \theta_B = \theta_C = \theta_D = 0$$

Remarque : nous travaillerons en valeurs absolues pour chaque variable.

Question 1: Déterminer le couple C_1 transitant dans l'arbre 1 en fonction de C_2 et μ .

Question 2: Déterminer la déformation angulaire de l'arbre 1 : $\Delta\theta_1 = \theta_B - \theta_A$.

Question 3: En déduire la rotation induite par cette déformation dans l'arbre 2 : θ_C .

Question 4: Déterminer la déformation angulaire de l'arbre 2 : $\Delta\theta_2 = \theta_D - \theta_C$.

Question 5: En déduire le décalage entre l'angle de l'arbre de sortie au repos à son extrémité D et cet angle sous charge : θ_D .

Question 6: Application numérique :

$$C_2 = 100 \text{ Nm} - \mu = -0,5 - d = 10 \text{ mm} - L_1 = 200 \text{ mm} - L_2 = 300 \text{ mm}$$

On souhaite limiter la rotation issue de la déformation des arbres à $\Delta\theta_{max} = 0.1^\circ$.

Question 7: Quel diamètre d doit-on choisir ?

Question 8: Calculer la contrainte maximale dans la matière.

On donne : $R_G = 100 \text{ MPa}$.

Question 9: Quel coefficient de sécurité est respecté ?

| | | |
|----------------------|---------|----------------|
| Dernière mise à jour | TD RdM | Denis DEFAUCHY |
| 05/12/2015 | Torsion | TD5 |

Exercice 2: Choix de la géométrie d'un arbre en torsion

Votre société crée des réducteurs de longue date pour un grand groupe afin d'équiper des avions particuliers. L'entreprise qui utilise ces réducteurs est en train de créer des évolutions dans ses produits et nécessite un nouveau réducteur afin de transmettre un couple plus important que dans la solution initiale, sans pour autant augmenter la masse ni l'encombrement disponible. Compte tenu de la qualité des réducteurs que vous proposez, l'entreprise lance un appel d'offre et vous faites partie des sociétés pouvant potentiellement être choisie pour ce nouveau réducteur.

Les seuls critères de la société sont les suivants :

- Couple transmis 4 fois plus grand que la solution originale
- Masse du réducteur inchangée
- Encombrement inchangé

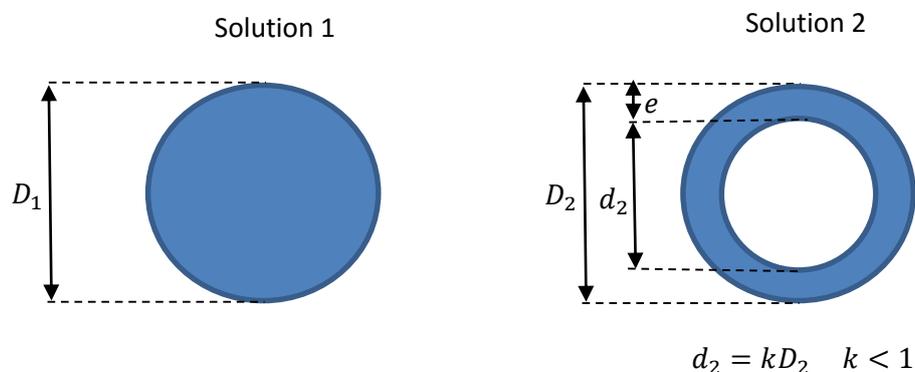
De votre côté, vous ne pouvez développer un nouveau réducteur pour des questions financières et ne pouvez donc que proposer une amélioration du réducteur existant. Vous ne pouvez modifier les matériaux déjà utilisés. Une première étude vous conduit à montrer qu'avec un couple 4 fois plus grand, l'arbre d'entrée du réducteur initial (cylindre plein) devient sous dimensionné, sa contrainte maximale admissible étant dépassée.

Il vous faut donc trouver une solution pour l'arbre d'entrée permettant de respecter les contraintes suivantes :

- matériaux identiques - contraintes maximales admissibles identiques $R_{pG} = 15 \text{ MPa}$
- masses identiques
- longueurs identiques
- diamètre maximal d'arbre : 30 mm à minimiser
- couple transmissible dans la solution originale : 6 Nm
- Nouveau couple transmissible : 24 Nm

Vous envisagez de proposer un arbre creux afin d'augmenter le moment quadratique de sa section tout en respectant le critère de masse identique.

Soit les solutions suivantes :



| | | |
|----------------------|---------|----------------|
| Dernière mise à jour | TD RdM | Denis DEFAUCHY |
| 05/12/2015 | Torsion | TD5 |

Etude des solutions arbre plein – arbre creux

On appelle C_1 et C_2 les couples transmis dans les solutions 1 et 2.

Question 1: Donner l'expression littérale de la contrainte tangentielle maximale dans la solution 1.

On suppose que la solution 1 était optimisée et permettait de transmettre le couple avec le plus petit diamètre possible.

Question 2: En déduire le diamètre D_1 de la solution initiale arbre plein.

Question 3: Donner l'expression littérale de la contrainte maximale admissible dans la solution 2.

Question 4: Déterminer le rapport des couples transmissibles $\frac{C_2}{C_1}$ dans les deux solutions en fonction de D_1 , D_2 et k .

Pour le moment, ces deux couples transmissibles dépendent de la géométrie de chaque arbre. Dans notre application, on souhaite garder la même masse et la même longueur.

Question 5: Traduire la condition d'égalité des masses et des matériaux

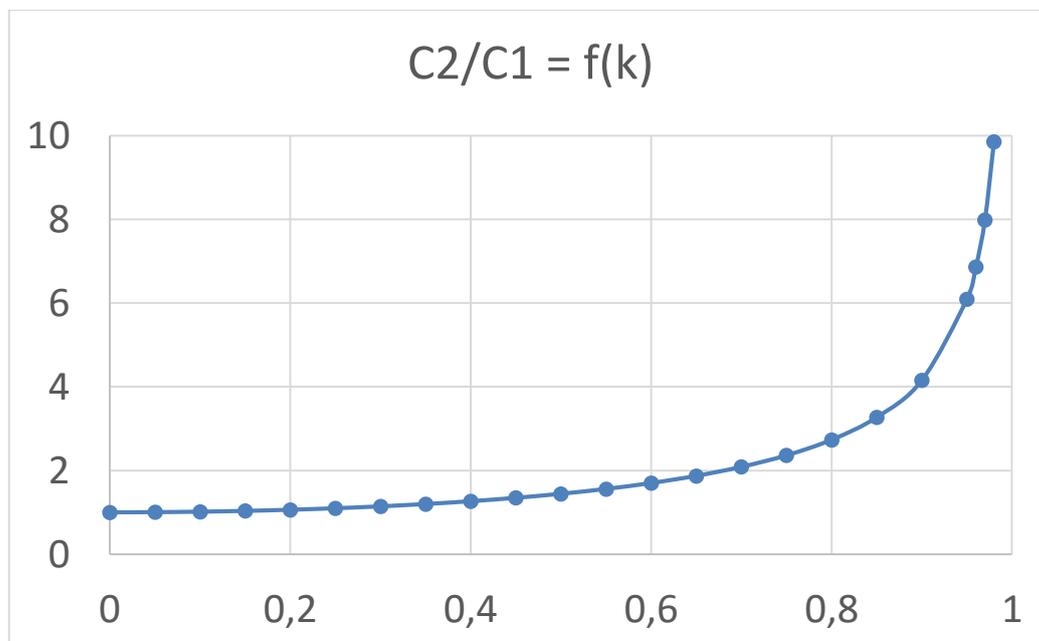
Question 6: En déduire le rapport $\frac{D_2}{D_1}$ en fonction de k .

Question 7: Connaissant le diamètre D_1 de la solution arbre plein, en déduire le diamètre D_2 de la solution arbre creux de même masse en fonction de D_1 et k

Question 8: Déterminer le rapport $\frac{C_2}{C_1}$ en fonction k .

Question 9: Application numérique : Déterminer k , D_1 et le rapport $\frac{C_2}{C_1}$ pour $D_2 = 80 \text{ mm}$ et $e = 2 \text{ mm}$

On donne la courbe suivante :



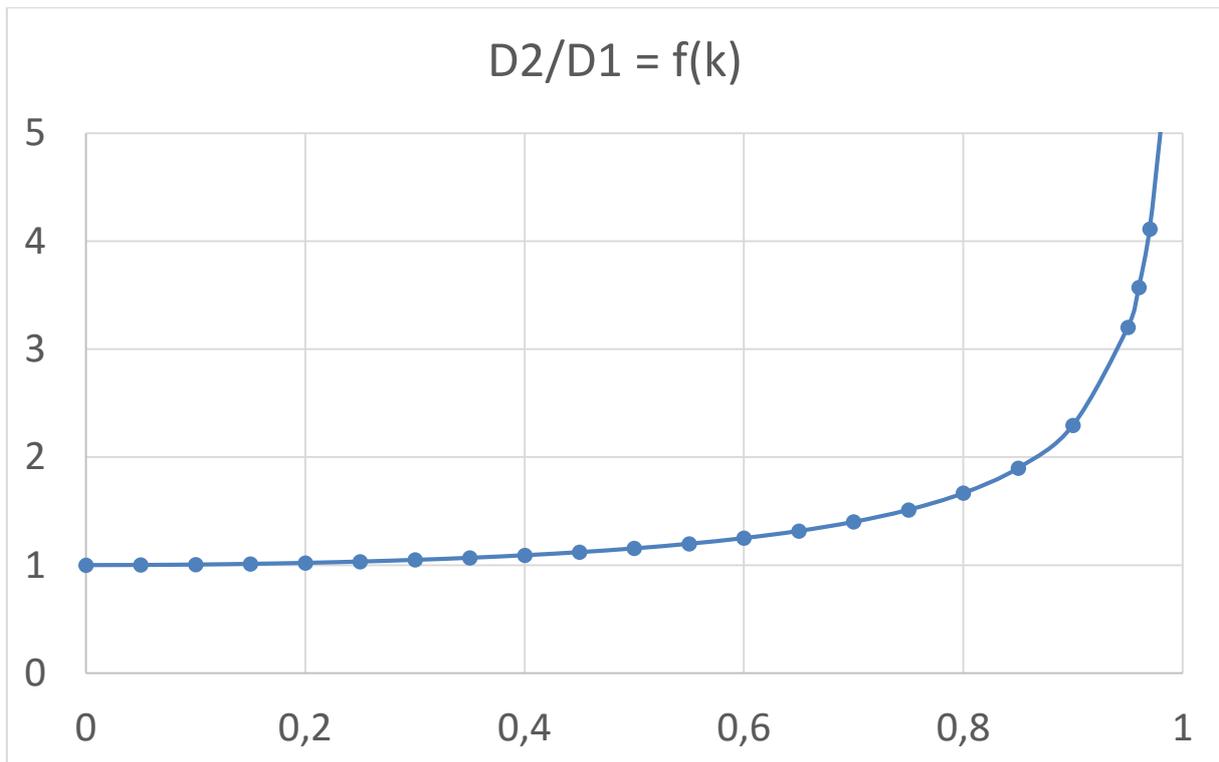
Question 10: Que peut-on dire sur le choix de k pour augmenter le couple transmissible.

| | | |
|----------------------|---------|----------------|
| Dernière mise à jour | TD RdM | Denis DEFAUCHY |
| 05/12/2015 | Torsion | TD5 |

Question 11: Exprimer le rapport $\frac{D_2}{D_1}$ en fonction de k .

| | | |
|----------------------|---------|----------------|
| Dernière mise à jour | TD RdM | Denis DEFAUCHY |
| 05/12/2015 | Torsion | TD5 |

On donne la courbe suivante :



Question 12: Que peut-on dire sur le choix de k pour augmenter le couple transmissible.

Question 13: Conclure quant au choix de k pour un problème donné.

Couple maximal transmissible de la nouvelle solution

Voyons dans un premier temps si, avec un encombrement maximal donné, il est possible d'augmenter le couple transmissible autant que demandé.

Question 14: Quel diamètre D_2 faut-il choisir pour transmettre le plus grand couple ?

Question 15: En déduire k et d_2 .

Question 16: En déduire le couple maximal transmissible C_2 .

Question 17: Est-il possible de répondre au cahier des charges imposé par le client.

Réponse au besoin client

On souhaite finalement minimiser D_2 tout en répondant au besoin.

Question 18: Connaissant $\frac{C_2}{C_1}$, déterminer k par lecture graphique.

Question 19: En déduire le diamètre D_2 puis d_2 .

Question 20: Quelle solution envisagez-vous donc de proposer au client.